
**Zur Geschichte Der Polyederkoordinaten ... (German
Edition)**

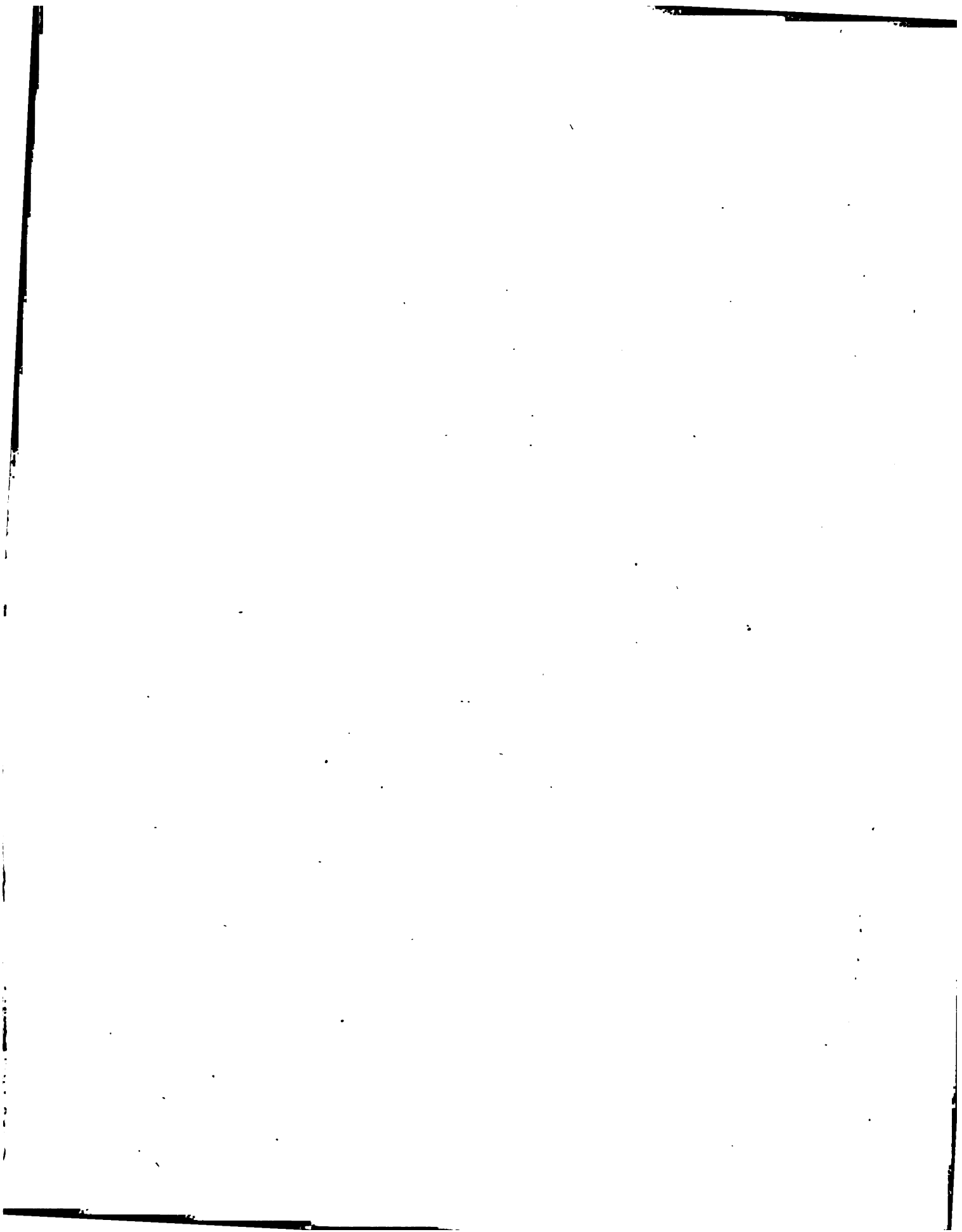
Maatz Albert

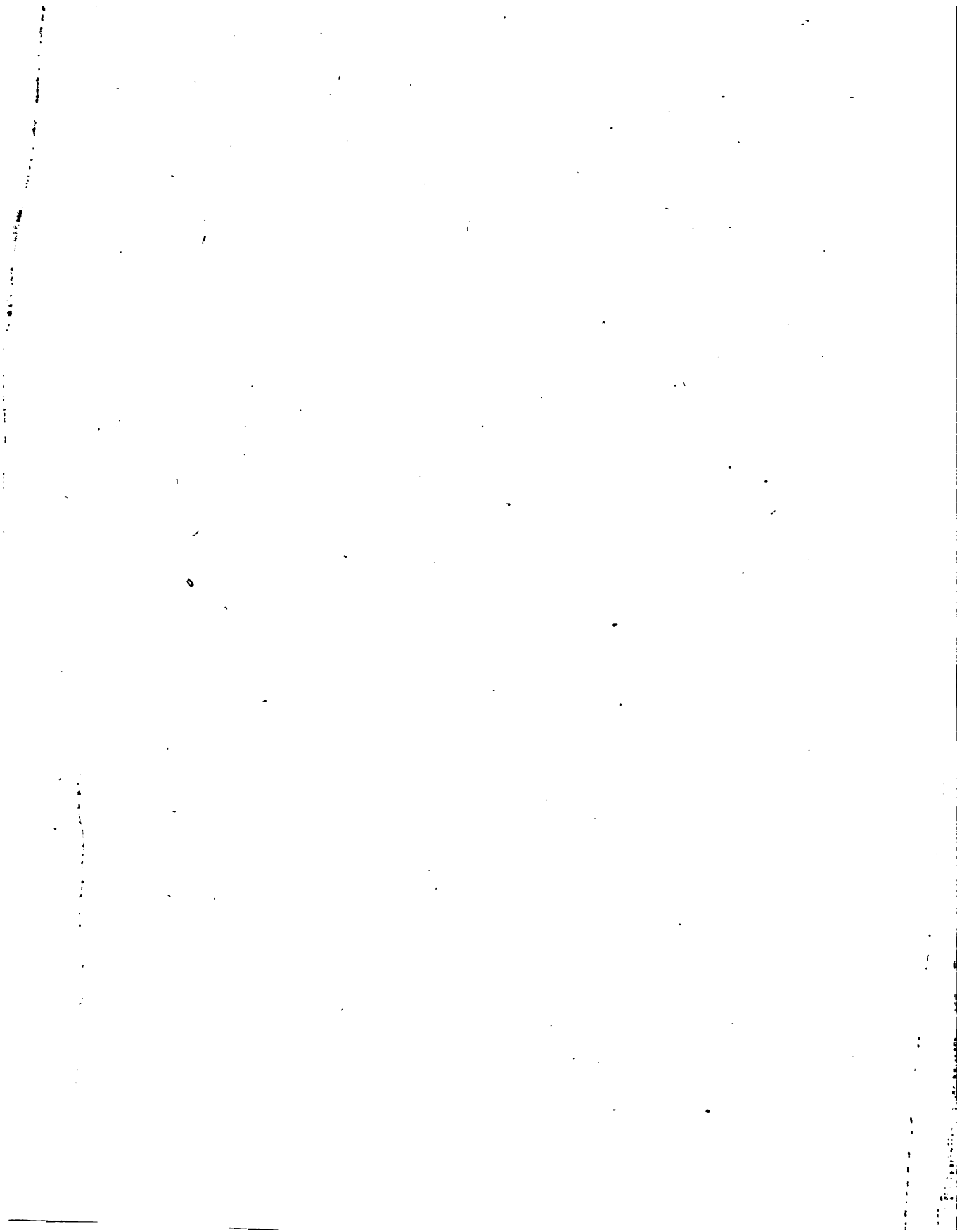
Title: Zur Geschichte Der Polyederkoordinaten ... (German Edition)

Author: Maatz Albert

This is an exact replica of a book. The book reprint was manually improved by a team of professionals, as opposed to automatic/OCR processes used by some companies. However, the book may still have imperfections such as missing pages, poor pictures, errant marks, etc. that were a part of the original text. We appreciate your understanding of the imperfections which can not be improved, and hope you will enjoy reading this book.







Cover

Math 8559,03.3

Zur Geschichte der Polyederkoordinaten.

Inaugural-Dissertation

der

hohen philosophischen Fakultät der Universität Rostock

zur

Erlangung der Doktorwürde

vorgelegt von

Albert Maatz

aus Rostock.

Rostock.

Druck der Carl Boldt'schen Hof-Buchdruckerei.

1903.

Harvard College Library

By Exchange

Univ. of Toronto

Jan. 1901

Referent: Herr Professor Dr. Staude.

Meinen Eltern!

Harvard College Library

By Exchange

Harvard College

Jan 18 1891

Referent: Herr Professor Dr. Staude.

Meinen Eltern!

Im Jahre 1827 veröffentlichte Bobillier seinen „essai sur un nouveau mode de recherche des propriétés de l'étendue¹⁾“ und zeigte darin, wie sich statt der allgemein gebräuchlichen rechtwinkligen Coordinaten — x, y in der Ebene und x, y, z im Raume — lineare Funktionen derselben, in der Ebene drei und im Raume vier, bei manchen geometrischen Untersuchungen mit grossem Vorteil verwenden lassen. Diese Arbeit ist nach Serret als das erste Auftreten der Polyedercoordinaten anzusehen; er liest aus ihr das für diese Coordinaten charakteristische Prinzip heraus, „de représenter un point mobile par ses distances à un nombre quelconque de droites ou de plan fixes²⁾“, und feiert sie in beredten Worten. Aber wohl nicht ganz mit Recht. Denn darin sind nur die Dreiecks- resp. Tetraedercoordinaten angedeutet, und auf eine Verallgemeinerung auf Polyeder mit mehr Flächen wird von Bobillier nirgends hingewiesen. So müssen wir wohl Plücker das Verdienst zusprechen, zuerst auf die Polyedercoordinaten aufmerksam gemacht zu haben; denn er bestimmte im Jahre 1830 zunächst einen Punkt der Ebene durch seine Abstände von einer beliebigen Anzahl von festen Geraden, den „Coordinatenlinien“³⁾ und dehnte dieses Prinzip auch auf den Raum aus, indem er hier einen beliebigen Punkt fixierte durch seine Entfernungen von beliebig vielen Ebenen. Er selbst machte zunächst allerdings von dieser allgemeineren Bestimmung eines Raumpunktes noch keinen Gebrauch, und praktische Anwendungen fanden seine Coordinaten vorerst noch nicht. Zwar errangen sich die Tetraedercoordinaten nach und nach immer mehr Boden auf dem Gebiete der analytischen Untersuchungsmethoden der Geometrie, weil sie, auf der untersten Stufe der Polyedercoordinaten stehend, eine Eleganz, Leichtigkeit und Übersichtlichkeit in der Handhabung zeigten, die man sich gerne zu nutze machte; aber über diese Tetraedercoordinaten ging man lange Zeit nicht hinaus. Erst 1869 unternahm es P. Serret⁴⁾, die Aufmerksamkeit auf die Polyedercoordinaten im eigentlichen Sinne zu richten, und zeigte an ihren Anwendungen auf die Theorie der Flächen zweiter Ordnung ihre grosse Verwendbarkeit bei manchen Problemen.

¹⁾ Annales de mathématiques pures et appliquées par J. D. Gergonne; tome XVIII, p. 320 und folgende.

²⁾ P. Serret. Géométrie de direction, Paris 1869; Préface p. XIV.

³⁾ Plücker: Über ein neues Coordinatensystem. Crelle's Journal für die reine und angewandte Mathematik, Band 5, S. 31.

⁴⁾ P. Serret: Géométrie de direction. Paris 1869. Weiterhin ist dies abgekürzt citiert worden mit „Serret“.

Im Folgenden sollen aus seinem Werke zwei Problemgruppen herausgegriffen werden, und es soll gezeigt werden, wie er allein aus den Sätzen über die Gleichungsform der Fläche, die auf Polarpolyeder bezogen ist, und über die Identitäten zwischen den nach dem Modul 2 associierten Ebenen durch Kombination mehrere wichtige Eigenschaften von zehn Ebenen einer Fläche 2. Kl., von neun Ebenen, die zwei Flächen 2. Kl. gemeinsam berühren, und von acht Ebenen, die gemeinsame Tangentialebenen von drei Flächen 2. Kl. sind, erhält und wie diese Sätze gestatten, weitere Theoreme ähnlicher Art über die gemeinsamen Polarpolyeder mehrerer Flächen 2. Grades, die Reye angegeben hat, überaus einfach und bequem zu beweisen.

Der dann weiterhin angeführte, von Hesse gegebene Beweis¹⁾ des Satzes über die acht Schnittpunkte von drei Flächen 2. O. wird uns zu der Bemerkung leiten, dass aus den Formeln Hesse's einige der von Serret angegebenen Sätze abgeleitet werden können, wenn wir in ihnen als Variable Polyederkoordinaten zu Grunde legen, dass also die Formeln von Hesse schon einen Teil der betrachteten Theorie der Polyederkoordinaten in ihrer Anwendung auf die Flächen 2. O. enthalten.

Und endlich werden wir bei einer kurzen Betrachtung einiger Sätze, mit denen Reye seine Untersuchung: „Über Trägheits- und höhere Momente eines Massensystems in Bezug auf Ebenen“²⁾ einleitet, sehen, dass in der Anwendung dieser Momente, die nichts anderes sind, als die Summe der n^{ten} Potenzen von Polygonkoordinaten, jede mit einem Faktor multipliziert, der in gewissem Sinne unbewusst Gebrauch der Polygonkoordinaten vorliegt; und es zeigt sich, dass es Reye dadurch möglich wird, genau in derselben Weise die aus der Identität zwischen zehn nach dem Modul 2 associierten Punkten folgenden Sätze abzuleiten³⁾, wie es Serret getan hat, von dem er aber durchaus unabhängig ist, wie er selbst bemerkt.

Die Darstellung ist im Kapitel I und an den betreffenden Stellen des Kapitels II in der Weise gegeben, dass die Sätze nur für Polyederkoordinaten bewiesen und dann mit Hilfe des Prinzips der Dualität auch auf die Polygonkoordinaten übertragen sind.

¹⁾ Hesse: De curvis et superficiebus secundi ordinis. Crelle's Journal Band 20, S. 285 und folg. 1840.

²⁾ Crelle's Journal, Band 72, S. 293 u. f.

³⁾ Vergl. Reye: Über Polfünfecke und Polsechsecke räumlicher Polarsysteme. Crelle's Journal, Band 77, S. 271.