

# СОДЕРЖАНИЕ

## АЛГЕБРА

### ЧИСЛА И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

Действительные числа . . . . .	7
Операции над числами . . . . .	8
Делимость чисел . . . . .	9
Проценты . . . . .	11
Модуль действительного числа . . . . .	13
Целая и дробная часть действительного числа . . . . .	14
Среднее арифметическое и среднее геометрическое . . . . .	14
Пропорция . . . . .	15
Масштаб . . . . .	17
Степени . . . . .	17
Арифметические квадратные корни . . . . .	19
Арифметические корни $n$ -й степени ( $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ ) . . . . .	20
Логарифмы . . . . .	22
Числовые равенства . . . . .	24
Числовые неравенства . . . . .	25
Комплексные числа . . . . .	27

### ВЫРАЖЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ

Алгебраические выражения . . . . .	30
Одночлены . . . . .	31
Многочлены . . . . .	32
Формулы сокращенного умножения. Бином Ньютона . . . . .	34
Разложение многочлена на множители . . . . .	35
Квадратный трехчлен . . . . .	36
Рациональные выражения . . . . .	37
Иррациональные выражения . . . . .	39

### УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА, ФУНКЦИИ

Уравнения с одной переменной . . . . .	41
Неравенства с одной переменной . . . . .	42
Уравнения и неравенства с двумя переменными . . . . .	44
Системы уравнений с двумя переменными . . . . .	47
Системы неравенств с одной переменной. Совокупность неравенств с одной переменной . . . . .	51
Функции . . . . .	52
Виды функций. Чтение графика функции . . . . .	56
Геометрические преобразования графиков функций . . . . .	59
Прогрессии . . . . .	63

### ТРИГОНОМЕТРИЯ

Тригонометрическая окружность. Углы . . . . .	66
Синус, косинус, тангенс и котангенс произвольного числа . . . . .	68

Основные тригонометрические формулы . . . . .	71
Арксинус, арккосинус, арктангенс и аркотангенс . . . . .	74
<b>ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИЗА</b>	
Производная . . . . .	77
Применение производной . . . . .	78
Непрерывность и дифференцируемость функции . . . . .	80
Схема исследования функции. . . . .	84
Первообразная и неопределенный интеграл . . . . .	85
Определенный интеграл и его применение . . . . .	87
<b>ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ</b>	
Элементы комбинаторики . . . . .	89
Случайные события и операции над ними . . . . .	91
Вероятность случайного события. . . . .	93
Вероятность сложных событий. Теоремы сложения вероятностей . . . . .	94
<b>ОБЗОР ОСНОВНЫХ ФУНКЦИЙ, УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ</b>	
Линейная функция $y = kx + b$ , $k \in R$ , $b \in R$ .	
Линейные уравнения и неравенства . . . . .	96
Функция $y =  x $ .	
Простейшие уравнения и неравенства, связанные с функцией $y =  x $ . . . . .	97
Решение более сложных уравнений (неравенств) с модулем . . . . .	99
Квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$ , $a \neq 0$ . Квадратные уравнения, квадратные неравенства . . . . .	
Функция $y = ax^{2n}$ , $n \in N$ .	
Простейшие уравнения и неравенства, связанные с функцией $y = ax^{2n}$ . . . . .	104
Функция $y = ax^{2n+1}$ , $n \in N$ .	
Простейшие уравнения и неравенства, связанные с функцией $y = ax^{2n+1}$ . . . . .	106
Функция $y = \sqrt[n]{x}$ , $n \in N$ .	
Простейшие иррациональные уравнения и неравенства. . . . .	108
Функция $y = \sqrt[n+1]{x}$ , $n \in N$ .	
Простейшие иррациональные уравнения и неравенства. . . . .	109
Решение иррациональных уравнений и неравенств . . . . .	110
Функция $y = \frac{k}{x^{2n}}$ , $n \in N$ .	
Простейшие уравнения и неравенства, связанные с функцией $y = \frac{k}{x^{2n}}$ . . . . .	113
Функция $y = \frac{k}{x^{2n+1}}$ , $n \in N$ .	
Простейшие уравнения и неравенства, связанные с функцией $y = \frac{k}{x^{2n+1}}$ . . . . .	116
Функция $y = x^r$ ( $r$ — положительная несократимая дробь).	
Простейшие уравнения и неравенства, связанные с функцией $y = x^r$ . . . . .	119
Показательная функция $y = a^x$ ( $a > 0$ , $a \neq 1$ ).	
Простейшие показательные уравнения и неравенства . . . . .	122
Решение показательных уравнений и неравенств . . . . .	123
Логарифмическая функция $y = \log_a x$ ( $a > 0$ , $a \neq 1$ ).	
Простейшие логарифмические уравнения и неравенства . . . . .	126
Решение логарифмических уравнений и неравенств . . . . .	128

Функция $y = \sin x$ . Простейшие уравнения и неравенства ( $\sin x = a$ , $\sin x \geq a$ , $\sin x \leq a$ , $\sin x > a$ , $\sin x < a$ ) . . . . .	131
Функция $y = \cos x$ . Простейшие уравнения и неравенства ( $\cos x = a$ , $\cos x \geq a$ , $\cos x \leq a$ , $\cos x > a$ , $\cos x < a$ ) . . . . .	133
Функция $y = \operatorname{tg} x$ . Простейшие уравнения и неравенства ( $\operatorname{tg} x = a$ , $\operatorname{tg} x \geq a$ , $\operatorname{tg} x \leq a$ , $\operatorname{tg} x > a$ , $\operatorname{tg} x < a$ ) . . . . .	135
Функция $y = \operatorname{ctg} x$ . Простейшие уравнения и неравенства ( $\operatorname{ctg} x = a$ , $\operatorname{ctg} x \geq a$ , $\operatorname{ctg} x \leq a$ , $\operatorname{ctg} x > a$ , $\operatorname{ctg} x < a$ ) . . . . .	137
Решение тригонометрических уравнений и неравенств . . . . .	139
Функции $y = \arcsin x$ и $y = \arccos x$ . Простейшие уравнения и неравенства . . . . .	142
Функции $y = \operatorname{arctg} x$ и $y = \operatorname{arcctg} x$ . Простейшие уравнения и неравенства . . . . .	144

## ГЕОМЕТРИЯ

### ПЛАНИМЕТРИЯ

Точка, прямая, плоскость, луч, полуплоскость . . . . .	147
Углы и их градусная мера . . . . .	149
Перпендикулярные прямые. Расстояние от точки до прямой . . . . .	155
Окружность, круг . . . . .	157
Дуги и хорды окружности . . . . .	159
Касательные и секущие к окружности . . . . .	160
Углы в окружности. Радианная мера углов . . . . .	162
Треугольники . . . . .	163
Равенство треугольников . . . . .	163
Подобие треугольников . . . . .	166
Свойства сторон и углов треугольника . . . . .	167
Медиана треугольника . . . . .	169
Биссектриса треугольника . . . . .	171
Высота треугольника . . . . .	173
Равнобедренный и равносторонний (правильный) треугольник . . . . .	175
Площадь треугольника . . . . .	176
Решение типичных задач с треугольниками . . . . .	177
Геометрическое место точек на плоскости . . . . .	179
Вписанный и описанный четырехугольник . . . . .	181
Параллелограмм и прямоугольник . . . . .	184
Ромб и квадрат . . . . .	187
Трапеция . . . . .	190
Равнобокая трапеция . . . . .	191
Прямоугольная трапеция . . . . .	193
Ломаная. Многоугольник . . . . .	194
Вписанные и описанные многоугольники . . . . .	196
Правильные многоугольники . . . . .	198
Длина окружности. Длина дуги окружности. Площадь круга и его частей . . . . .	201

## СТЕРЕОМЕТРИЯ

Аксиомы стереометрии и следствия из них . . . . .	203
Взаимное размещение двух прямых в пространстве . . . . .	204
Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве . . . . .	207
Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве . . . . .	210
Центральное и параллельное проектирование. Ортогональное проектирование . . . . .	212
Изображение некоторых плоских фигур при параллельном проектировании . . . . .	214
Перпендикулярность прямой и плоскости . . . . .	216
Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах . . . . .	218
Перпендикулярность двух плоскостей . . . . .	220
Двугранные углы. Трехгранные и многогранные углы . . . . .	222
Расстояния в пространстве . . . . .	224
Углы в пространстве $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ . . . . .	226
Геометрическое место точек в пространстве . . . . .	228
Многогранник . . . . .	230
Объем тела . . . . .	232
Призма . . . . .	233
Прямая призма. Правильная призма . . . . .	234
Параллелепипед . . . . .	235
Прямой параллелепипед . . . . .	236
Прямоугольный параллелепипед. Куб . . . . .	237
Пирамида . . . . .	238
Правильная пирамида . . . . .	239
Усеченная пирамида. Правильная усеченная пирамида . . . . .	240
Правильные многогранники . . . . .	242
Цилиндр . . . . .	244
Конус и усеченный конус . . . . .	245
Шар (сфера) . . . . .	247
Шаровой сектор. Шаровой сегмент. Шаровой слой . . . . .	248
Векторы . . . . .	250

# АЛГЕБРА

## ЧИСЛА И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

### Действительные числа

<p><b>Натуральные числа</b></p> <p>Числа, которые используются для счета предметов: 1, 2, 3, ... . <math>N = \{1; 2; 3; \dots\}</math> — множество натуральных чисел</p>	<p><b>Целые числа</b></p> <p>Натуральные числа 1, 2, 3, ..., противоположные им числа <math>-1, -2, -3, \dots</math> и число 0 образуют множество целых чисел.</p> <p><math>Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}</math> — множество целых чисел</p>
<p><b>Рациональные числа</b></p> <p>Числа, которые можно представить в виде <math>\frac{m}{n}</math>, где <math>m \in Z, n \in N</math>, называют <i>рациональными</i>.</p> <p>Множество рациональных чисел обозначают символом <math>Q</math>.</p> <p>Любое рациональное число — бесконечная периодическая десятичная дробь</p>	<p><b>Иррациональные числа</b></p> <p>Числа, которые нельзя представить в виде <math>\frac{m}{n}</math>, где <math>m \in Z, n \in N</math>, называют <i>иррациональными</i>. Иррациональные числа — бесконечные непериодические десятичные дроби.</p> <p><math>\sqrt{2}, \pi = 3,1415926\dots,</math> <math>e = 2,7182818\dots</math> — иррациональные числа</p>
<p><b>Действительные числа</b></p> <p>Объединение рациональных и иррациональных чисел называют <i>действительными числами</i>. Множество действительных чисел обозначают символом <math>R</math>. <math>R \supset Q \supset Z \supset N</math>.</p> <p>Действительные числа — бесконечные десятичные дроби</p>	

## Операции над числами

<p><b>Свойства сложения</b></p> $a+b=b+a$ <p>(перестановочное свойство);</p> $(a+b)+c=a+(b+c)$ <p>(сочетательное свойство);</p> $a+0=a$ <p>(свойство нуля);</p> $a+(-a)=0$ <p>(сумма противоположных чисел)</p>	<p><b>Свойства вычитания</b></p> $a-(b+c)=a-b-c$ <p>(вычитание суммы чисел от числа);</p> $(a+b)-c=(a-c)+b=a+(b-c)$ <p>(вычитание числа от суммы чисел);</p> $a-0=a$ <p>(свойство нуля);</p> $0-a=-a$ <p>(свойство нуля)</p>
<p><b>Свойства умножения</b></p> $ab=ba$ <p>(перестановочное свойство);</p> $(ab)c=a(bc)$ <p>(сочетательное свойство);</p> $(a+b)c=ac+bc$ <p>(распределительное свойство);</p> $(a-b)c=ac-bc$ <p>(распределительное свойство);</p> $a \cdot 1=a$ <p>(свойство единицы);</p> $a \cdot 0=0$ <p>(свойство нуля);</p> $a \cdot \frac{1}{a} = 1, \text{ если } a \neq 0$ <p>(свойство обратных чисел)</p>	<p><b>Свойства деления</b></p> $(a \cdot b) : c = a \cdot (b : c) = (a : c) \cdot b$ <p>(деление произведения на число);</p> $(a+b) : c = a : c + b : c$ <p>(деление суммы на число);</p> $(a-b) : c = a : c - b : c$ <p>(деление разности на число);</p> $a : (b \cdot c) = (a : b) : c = (a : c) : b$ <p>(деление числа на произведение);</p> $a : 1 = a; 0 : a = 0, \text{ если } a \neq 0;$ $a : a = 1, \text{ если } a \neq 0$

### Делимость чисел

Число 18	Делители: 1, 2, 3, 6, 9, 18	$a : b$ означает, что $a$ делится на $b$
	Кратные: 18, 36, 54, ...	

Натуральное число $a$ делится на натуральное число $b$ ( $a : b$ ), если существует такое натуральное число $c$ , что $a = bc$	$6 : 2$ , так как $6 = 2 \cdot 3$ ; $15 : 3$ , так как $15 = 3 \cdot 5$ . Если $a : b$ , то $b$ — делитель $a$ ; $a$ — кратно $b$
--	--

#### Свойства делимости

$0 : a, a \in N$ .

$a : 1, a \in N$ .

$a : a, a \in N$ .

Если  $a : b, a \in N, b \in N$ , то  $a \geq b$ .

Если  $a : b, b : c, a \in N, b \in N, c \in N$ , то  $a : c$ .

Если  $a : c, b : c, a \in N, b \in N, c \in N$ , то  $(a+b) : c$ .

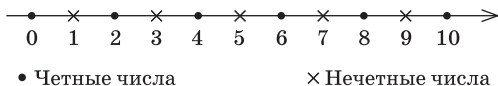
Если  $a : b$  и  $b : a, a \in N, b \in N$ , то  $a = b$ .

Если  $a : b, k \neq 0$ , то  $ak : bk$ .

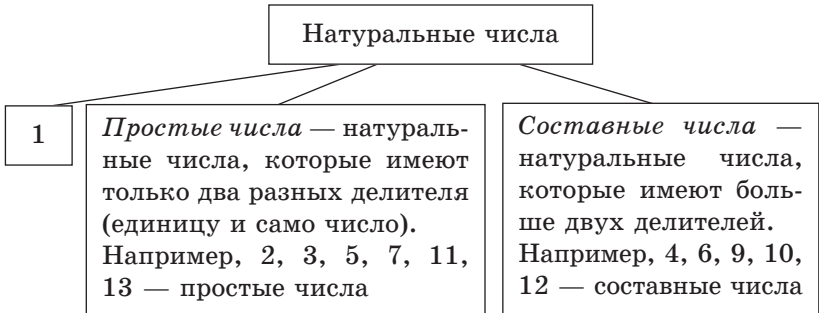
Если  $a : c, b : c, a \in N, b \in N, c \in N, m \in N, n \in N$ , то  $(am + bn) : c$ .

Если  $a : (bc), a \in N, b \in N, c \in N$ , то  $a : b, a : c$  и  $(a : b) : c$ .

Если  $a : c$  и  $(a+b) : c, a \in N, b \in N, c \in N$ , то  $b : c$



### Простые и составные числа



Число 1 не относят ни к простым, ни к сложным.

**Таблица простых чисел (до 500)**

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29
31	37	41	43	47	53	59	61	67	71
73	79	83	89	97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223	227	229
233	239	241	251	257	263	269	271	277	281
283	293	307	311	313	317	331	337	347	349
353	359	367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457	461	463
467	479	487	491	499					

### Признаки делимости

Число делится на	2	если его последняя цифра четная
	5	если его последняя цифра 0 или 5
	3	если сумма его цифр делится на 3
	9	если сумма его цифр делится на 9
	10	если его последняя цифра 0
	4	если число, составленное из последних двух цифр, делится на 4
	25	если число, составленное из последних двух цифр, делится на 25



<p><b>Наименьшее общее кратное (НОК)</b>  <i>Наименьшим общим кратным чисел <math>a</math> и <math>b</math> называется наименьшее число, которое делится как на число <math>a</math>, так и на число <math>b</math></i></p>	<p>Обозначение:          НОК (<math>a</math>; <math>b</math>).          Например,          НОК (5; 15)=15;          НОК (15; 9)=45</p>
<p><b>Наибольший общий делитель (НОД)</b>  <i>Наибольшим общим делителем чисел <math>a</math> и <math>b</math> называется наибольшее число, на которое делится и число <math>a</math>, и число <math>b</math></i></p>	<p>Обозначение:          НОД (<math>a</math>; <math>b</math>).          Например,          НОД (5; 15)=5;          НОД (15; 9)=3</p>
<p>Чтобы найти НОД, нужно разложить данные числа на простые множители и найти произведение их совместных простых множителей, взятых с наименьшим показателем степени</p>	<p><math>a = 48 = 2^4 \cdot 3</math>,  <math>b = 36 = 2^2 \cdot 3^2</math>,          НОД (<math>a</math>; <math>b</math>)=          =НОД (48; 36)=          = <math>2^2 \cdot 3 = 12</math></p>
<p>Числа <math>a</math> и <math>b</math> называют <i>взаимно простыми</i>, если НОД (<math>a</math>; <math>b</math>)=1.          НОК (<math>a</math>; <math>b</math>)·НОД (<math>a</math>; <math>b</math>)=<math>ab</math></p>	<p>числа 12 и 13 — взаимно простые</p>

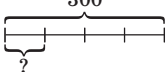
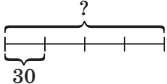
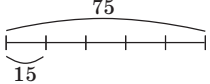
### Проценты

<p>Процент — это одна сотая часть</p>	<p><math>1\% = \frac{1}{100} = 0,01</math></p>
---------------------------------------	--

### Преобразование процентов

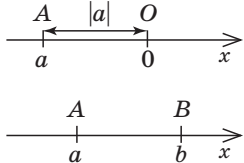
<p>Для того чтобы записать проценты десятичной дробью или натуральным числом, нужно число, которое стоит перед знаком «%», разделить на 100</p>	<p><math>27\% = 27 : 100 = 0,27</math>;  <math>200\% = 200 : 100 = 2</math></p>
<p>Для того чтобы выразить число в процентах, нужно его умножить на 100%</p>	<p><math>0,15 = 0,15 \cdot 100\% = 15\%</math>;  <math>1,7 = 1,7 \cdot 100\% = 170\%</math></p>

## Основные задачи на проценты

Задача	Формула	Пример
Нахождение процента от числа	$p\%$ от числа $a$ равно $\frac{p \cdot a}{100}$	25% от числа 300 равно $\frac{25 \cdot 300}{100} = 75.$ 
Нахождение числа по данному проценту	Если $p\%$ какого-нибудь числа равно $b$ , то это число равно $b : \frac{p}{100} = \frac{100b}{p}$	Если 25% какого-нибудь числа равно 30, то число равно $\frac{100 \cdot 30}{25} = 120.$ 
Нахождение процентного отношения	Число $a$ составляет $\frac{a}{b} \cdot 100\%$ от числа $b$	Число 15 составляет $\frac{15}{75} \cdot 100\% = 20\%$ от числа 75. 
Увеличение на $p\%$	Если число $a$ увеличить на $p\%$ , то получим число $a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$	Если число 200 увеличить на 30%, то получим число: $200(1 + 0,3) = 200 \cdot 1,3 = 260$
Уменьшение на $p\%$	Если число $a$ уменьшить на $p\%$ , то получим число $a \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$	Если число 120 уменьшить на 30%, то получим число: $120 \cdot (1 - 0,3) = 120 \cdot 0,7 = 84$

<p>Формула сложных процентов</p>	<p>Если <math>A</math> — начальный вклад (капитал), <math>p</math> — годовое процент, то в конце <math>n</math>-го года вклад (капитал) составит:</p> $A \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$	<p>Если начальный вклад 1000 и годовое процент 20, то в конце 3-го года вклад составит:</p> $1000 \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right)^3 = 3375$
----------------------------------	--	---

### Модуль действительного числа

$ a  = \begin{cases} a, & \text{если } a > 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \\ 0, & \text{если } a = 0 \end{cases}$	$ 5,1  = 5,1; \quad  -\sqrt{2}  = \sqrt{2}; \quad  0  = 0$
	<p>Если <math>A</math> имеет на числовой прямой координату <math>a</math>, то расстояние от точки <math>A</math> до точки <math>O</math> равно <math> a </math>, то есть <math>AO =  a </math>.</p> <p>Расстояние между точками <math>A</math> (<math>a</math>) и <math>B</math> (<math>b</math>) на прямой равно <math> a - b </math></p>

### Свойства модуля

$ a  \geq 0; \quad  -a  =  a ; \quad a \leq  a ;$ $ a + b  \leq  a  +  b ;$ $ a + b  \geq  a  -  b ;$ $ a - b  \geq   a  -  b  ;$ $ a - b  \leq  a  +  b ;$ $ a_1 + a_2 + \dots + a_n  \leq  a_1  +  a_2  + \dots +  a_n $	$\left \frac{a}{b}\right  = \frac{ a }{ b }; \quad b \neq 0;$ $ ab  =  a  \cdot  b ;$ $ a^n  =  a ^n; \quad n \in \mathbb{N};$ $ a ^2 = a^2;$ $ a ^{2k} = a^{2k}, \quad k \in \mathbb{N}$
---	---

### Целая и дробная часть действительного числа

<p>Целой частью числа <math>a</math> (или антье <math>a</math>) называется наибольшее целое число, не превышающее числа <math>a</math> и обозначаемое <math>[a]</math>.</p> <p>Например:  <math>[2,3]=2</math>; <math>[\sqrt{2}]=1</math>; <math>[0,5]=0</math>;  <math>[-1,2]=-2</math>; <math>[-\sqrt{2}]=-2</math></p>	<p>Дробной частью числа <math>a</math> называется число, равное <math>a-[a]</math> и обозначаемое <math>\{a\}</math>, то есть <math>\{a\}=a-[a]</math>.</p> <p>Например:  <math>\{2,3\}=2,3-2=0,3</math>;  <math>\{-1,2\}=-1,2+2=0,8</math>.</p> <p>Любое число <math>a</math> можно представить в виде</p> $a=[a]+\{a\}$
---	---

### Среднее арифметическое и среднее геометрическое

<p>Среднее арифметическое нескольких чисел равно сумме этих чисел, поделенной на их количество.</p> $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$	<p>среднее арифметическое чисел 1, 3, 4, 5 равно</p> $\frac{1 + 3 + 4 + 5}{4} = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$
<p>Среднее геометрическое нескольких чисел равно корню <math>n</math>-й степени из произведения этих чисел.</p> $\sqrt[n]{a_1 a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$	<p>среднее геометрическое чисел 2, 8, 4 равно</p> $\sqrt[3]{2 \cdot 8 \cdot 4} = \sqrt[3]{64} = 4$
<p><b>Соотношение между средним арифметическим и средним геометрическим <math>n</math> чисел</b></p> $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}$ <p>(неравенство Коши)</p>	

### Пропорция

<p>Равенство двух отношений называется <i>пропорцией</i>.</p> $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ или } a:b=c:d.$ <p><math>a, d</math> — крайние члены, <math>b</math> и <math>c</math> — средние члены</p>	$12:8=3:2$
---	------------

### Свойства

<p>Произведение крайних членов пропорции равно произведению средних ее членов.</p> <p>Если <math>\frac{a}{b} = \frac{c}{d}</math>, то <math>ad=bc</math></p>	<p>Если <math>\frac{a}{b} = \frac{c}{d}</math>,</p> <p>то <math>a = \frac{bc}{d}</math>; <math>c = \frac{ad}{b}</math>;</p> $b = \frac{ad}{c}, d = \frac{bc}{a}$
	<p>Если <math>\frac{a}{b} = \frac{c}{d}</math>,</p> <p>то <math>\frac{a}{c} = \frac{b}{d}</math>; <math>\frac{d}{b} = \frac{c}{a}</math>;</p> $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

### Производные пропорции

<p>Если <math>\frac{a}{b} = \frac{c}{d}</math> и <math>bd \neq 0</math>,</p> <p>то <math>\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}</math>; <math>\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}</math>;</p> $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}; \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}; \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$
--

### Прямая и обратная пропорциональность

#### Прямо пропорциональные величины

Две величины называются *прямо пропорциональными*, если с увеличением значения одной из них в несколько раз значение другой увеличивается во столько же раз.

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = k \text{ — коэффициент пропорциональности}$$

Количество карандашей	Стоимость покупки
3	15 руб.
6	30 руб.

#### Обратно пропорциональные величины

Две величины называются *обратно пропорциональными*, если с увеличением значения одной из них в несколько раз значение другой уменьшается во столько же раз.

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_1}{y_2}$$

Цена карандаша	Количество купленных карандашей на 50 руб.
5 руб.	10
10 руб.	5

#### Деление числа на части,

#### пропорциональные данным числам

Числа  $y_1, y_2, y_3, \dots$  пропорциональны числам  $x_1, x_2, x_3, \dots$ , если  $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots = k$  — коэффициент пропорциональности.

Для того чтобы поделить число на части, пропорциональные данным числам, нужно поделить его на сумму данных чисел и найденное частное умножить на каждое из них

**Масштаб**

<p><i>Масштаб</i> — отношение расстояния на карте к соответствующему расстоянию на реальной местности</p>	<p>Масштаб 1:100 000 означает, что 1 см на карте соответствует 100 000 см=1000 м=1 км на местности</p>
---	--

**Степени**

<p>Степень с натуральным показателем</p>	$a^1 = a,$ $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n,$ $a \in R, n \in N$	$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243,$ $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8;$ $0^5 = 0; 1^{10} = 1$
<p>Степень с целым показателем</p>	$a^0 = 1,$ <p>где <math>a \neq 0</math>,  <math>0^0</math> — не определено.</p> $a^{-n} = \frac{1}{a^n},$ $a \neq 0, n \in Z$	$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8};$ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$
<p>Степень с рациональным показателем</p>	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m},$ <p>где <math>a \geq 0</math>,  <math>m \in Z, n \in N</math></p>	$25^{\frac{3}{2}} = \sqrt{25^3} = 5^3 = 125;$ $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = 2^2 = 4;$ $0^{\frac{3}{5}} = 0;$ $(-27)^{\frac{1}{3}} \text{ — не определено}$
<p>Степень с иррациональным показателем</p>	<p>Найти <math>10^{\sqrt{2}}</math>.</p> $10 = 10^1 < \boxed{10^{\sqrt{2}}} < 10^2 = 100;$ $25,119 \approx 10^{1,4} < \boxed{10^{\sqrt{2}}} < 10^{1,5} \approx 31,623;$ $25,704 \approx 10^{1,41} < \boxed{10^{\sqrt{2}}} < 10^{1,42} \approx 26,303;$ $25,942 \approx 10^{1,414} < \boxed{10^{\sqrt{2}}} < 10^{1,415} \approx 26,002;$ $25,953 \approx 10^{1,4142} < \boxed{10^{\sqrt{2}}} < 10^{1,4143} \approx 25,960.$ <hr/> <p>Ответ: <math>10^{\sqrt{2}} = 10^{1,4142\dots} = 25,9\dots</math></p>	