

**ЭФФЕКТИВНАЯ
ПОДГОТОВКА
К ЕГЭ**

ЕГЭ

2018

В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина

МАТЕМАТИКА

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ
ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ**


МОСКВА
2017



УДК 373:51
ББК 22.1я721
К75

Об авторах:

В.В. Кочагин – кандидат педагогических наук, учитель математики
ГБОУ «Академическая гимназия № 1534» г. Москвы
М.Н. Кочагина – кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики
и методики преподавания математики ИМИЕН МГПУ

Кочагин, Вадим Витальевич.

К75 ЕГЭ 2018. Математика: тематические тренировочные задания /
В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина. — Москва : Эксмо, 2017. — 208 с. —
(ЕГЭ. Тематические тренировочные задания).

ISBN 978-5-699-98386-5

В пособии содержатся тренировочные задания по математике в форме ЕГЭ, сгруппированные по темам в порядке их изучения в 10–11-х классах старшей школы. К каждой учебной теме даются задания базового и профильного уровней сложности. После каждой темы представлены проверочные обобщающие тесты, соответствующие ЕГЭ. В конце книги — ответы ко всем заданиям, в том числе — решения сложных заданий.

Это издание адресовано учащимся старших классов для подготовки к ЕГЭ по математике. Тренировочные задания позволят систематически, при прохождении каждой темы, готовиться к экзамену.

Книга будет полезна учителям математики, так как дает возможность эффективно организовать подготовку учащихся к ЕГЭ непосредственно на уроках, в процессе изучения всех тем.

УДК 373:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-699-98386-5

© Кочагин В.В., Кочагина М.Н., 2016
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2017

ВВЕДЕНИЕ

Эта книга адресована *учащимся 10—11-х классов* для подготовки к единому государственному экзамену. Материал данного пособия представлен в виде разделов, соответствующих основным темам школьного курса математики, присутствующим в ЕГЭ. Для каждой темы предложены задания части 1 и части 2 базового и профильного уровней, а также обобщающие контрольные работы. К заданиям части 2 даются указания. Ко всем заданиям приведены ответы.

Тренировочные задания позволят учащимся систематически, при прохождении каждой темы, готовиться к этому экзамену. Достаточно будет в 10—11-х классах решать задания из этого пособия параллельно с темой по математике, изучаемой на школьных уроках, а в конце 11-го класса, в качестве повторения, — варианты ЕГЭ по математике.

Данное пособие может использоваться совместно с любым учебником алгебры и начала анализа для 10—11-х классов. С учебниками А.Г. Мордковича, Ш.А. Алимова и др., А.Н. Колмогорова — в полном объеме. С учебниками других авторов (Н.Я. Виленкина, М.И. Башмакова) — с исключением некоторых заданий, с которыми в момент изучения темы учащиеся еще незнакомы. После изучения соответствующего материала, на этапе обобщающего повторения, к этим заданиям можно вернуться.

Книга также будет полезна *учителям математики*, так как дает возможность эффективно организовать подготовку учащихся к единому экзамену непосредственно на уроках, в процессе изучения всех тем. Можно предложить несколько вариантов работы:

- включение заданий тестового характера в систему заданий для 10—11-х классов вместе со стандартными упражнениями учебника;
- использование заданий и контрольных работ на этапе обобщающего повторения по каждой теме или на этапе итогового повторения и подготовки к ЕГЭ в конце 11-го класса;
- контроль и коррекция знаний учащихся.

В структуре экзаменационной работы выделены две части, которые различаются по содержанию, форме записи ответа, степени сложности и числу заданий.

В данном учебном пособии также представлены две группы заданий. Формы записи ответов для разных заданий соответствуют формулировкам заданий в ЕГЭ.

Для каждого из заданий **первой части** ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Единицы измерений не пишут. В этом разделе содержатся задания базового уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа», а также задания из различных разделов математики с 5-го по 11-й класс.

Задания **второй части** требуют развернутого ответа. При оформлении решений обращают внимание на правильную запись хода решения, наличие обоснований и верный ответ. В эту группу включаются самые сложные задания по геометрии и алгебре 7—11-х классов повышенного и высокого уровней сложности.

Надеемся, что данное пособие поможет учителям математики эффективно организовать подготовку к ЕГЭ на своих уроках, а старшеклассникам — систематизировать знания по математике, самостоятельно подготовиться к экзамену и успешно его сдать.

І. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (10—11-е классы)

1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

1.1. Преобразования тригонометрических выражений

Содержание, проверяемое заданиями КИМ¹: соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента, формулы сложения, формулы двойного угла, формулы приведения.

Часть 1

Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–38 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения $3\sin^2\beta + 10 + 3\cos^2\beta$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $16 - 6\sin^2\beta - 6\cos^2\beta$.

Ответ: _____.

3 Вычислите: $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$.

Ответ: _____.

4 Вычислите: $\cos^2 15^\circ - \sin^2 75^\circ$.

Ответ: _____.

5 Упростите выражение $\frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta} - 2\sin 2\beta + 0,29$.

Ответ: _____.

6 Вычислите: $\left(\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}\right) \cdot \sqrt{3}$ при $x = \frac{5\pi}{6}$.

Ответ: _____.

¹ КИМ — контрольные измерительные материалы ЕГЭ.

7 Дано: $\cos\beta = 0,8$ и $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\sin\beta$.

О т в е т : _____.

8 Дано: $\operatorname{tg}\beta = \frac{7}{24}$ и $180^\circ < \beta < 270^\circ$. Найдите: $\cos\beta$.

О т в е т : _____.

9 Дано: $\operatorname{ctg}\beta = -1\frac{1}{3}$. Найдите: $\cos 2\beta$.

О т в е т : _____.

10 Дано: $\cos\alpha = -0,6$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\sin\beta = -0,6$,

$\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\sin(\alpha - \beta)$.

О т в е т : _____.

11 Дано: $\cos\alpha = -0,6$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\sin\beta = -0,6$,

$\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\cos(\alpha + \beta)$.

О т в е т : _____.

12 Найдите значение выражения $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)$, если $\sin\beta = 0,11$.

О т в е т : _____.

13 Найдите значение выражения $\sin(180^\circ - \beta)$, если $\sin\beta = -0,24$.

О т в е т : _____.

14 Найдите значение выражения $\sin(270^\circ - \beta)$, если $\cos\beta = -0,41$.

О т в е т : _____.

Профильный уровень

15 Найдите значение выражения $\cos(\beta - 270^\circ)$, если $\sin\beta = 0,59$.

Ответ: _____.

16 Найдите значение выражения $\operatorname{tg}^2(\alpha - \pi)$, если $\operatorname{ctg}\alpha = 2,5$.

Ответ: _____.

17 Найдите значение выражения $\cos^2\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right)$, если $\sin\alpha = 0,2$.

Ответ: _____.

18 Найдите значение выражения $\frac{\sin\left(\frac{13}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(6\pi + \alpha)}{1 + \sin(2\pi - \alpha)}$,

если $\operatorname{ctg}\alpha = 8$.

Ответ: _____.

19 Найдите значение выражения $\frac{\sin\left(\frac{9}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(5\pi + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) - 1}$,

если $\operatorname{tg}\alpha = 0,25$.

Ответ: _____.

20 Найдите значение выражения $\sin(\alpha - \beta) + 2\cos\alpha\sin\beta$, если $\sin(\alpha + \beta) = 0,17$.

Ответ: _____.

21 Найдите значение выражения $\cos(\alpha + \beta) + 2\sin\alpha\sin\beta$, если $\cos(\alpha - \beta) = 0,64$.

Ответ: _____.

22 Найдите значение выражения $\left(\frac{\sin(\alpha + \beta) - 2\cos\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\sin\beta + \cos(\alpha + \beta)}\right) \cdot \sqrt{3}$,

если $\alpha - \beta = 150^\circ$.

Ответ: _____.

23 Найдите значение выражения

$$\left(\frac{\cos(\alpha - \beta) - 2\cos\alpha\cos\beta}{2\cos\alpha\sin\beta + \sin(\alpha - \beta)} \right) \cdot 2\sqrt{3},$$

если $\alpha + \beta = 120^\circ$.

О т в е т : _____.

24 Упростите выражение $\cos(\pi + 2\alpha) + \sin(\pi + 2\alpha) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$.

О т в е т : _____.

25 Упростите выражение $\frac{\sin^4\alpha - \cos^4\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} - \operatorname{tg}^2\alpha \operatorname{ctg}^2\alpha$.

О т в е т : _____.

26 Упростите выражение $\frac{\sin^3\alpha - \cos^3\alpha}{1 + \sin\alpha\cos\alpha} + \cos\alpha - \sin\alpha$.

О т в е т : _____.

27 Упростите выражение $19 + \sin^4\alpha - \cos^4\alpha + \cos^2\alpha$.

О т в е т : _____.

28 Упростите выражение $4\sin^2 2\alpha + 16\sin^4\alpha - 16\sin^2\alpha$.

О т в е т : _____.

29 Упростите выражение $\frac{1 - 2\sin^2\alpha}{2\operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)\cos^2(45^\circ - \alpha)}$.

О т в е т : _____.

30 Вычислите: $\frac{\sin\beta + \cos\beta}{(\sin\beta - \cos\beta)^{-1}}$, если $\sin 2\beta = -0,6$; $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3\pi}{4}$.

О т в е т : _____.

31 Вычислите: $\frac{\cos\beta - \sin\beta}{(\sin\beta + \cos\beta)^{-1}}$, если $\sin 2\beta = -0,8$; $\frac{3\pi}{4} < \beta < \pi$.

О т в е т : _____.

32 Вычислите: $16\operatorname{ctg}110^\circ\sin105^\circ\operatorname{tg}70^\circ\cos105^\circ$.

Ответ: _____.

33 Вычислите: $12\operatorname{ctg}140^\circ\sin75^\circ\operatorname{tg}40^\circ\cos75^\circ$.

Ответ: _____.

34 Вычислите: $\frac{1-2\sin^2 43^\circ}{\sin 176^\circ + \sin 4^\circ}$.

Ответ: _____.

35 Вычислите: $\frac{2\cos^2 48^\circ - 1}{\sin 186^\circ - \sin 6^\circ}$.

Ответ: _____.

36 Вычислите: $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos^4 75^\circ - \cos^4 15^\circ)$.

Ответ: _____.

37 Найдите значение выражения $8\cos 2\beta$, если $2\cos 2\beta + 9\sin \beta - 4 = 0$.

Ответ: _____.

38 Найдите значение выражения $\cos 2\beta$, если $3\cos 2\beta + 11\sin \beta - 7 = 0$.

Ответ: _____.

Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

39 Вычислите: $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$.

Ответ: _____.

40 Вычислите: $16\cos 20^\circ\cos 40^\circ\cos 80^\circ$.

Ответ: _____.

41 Вычислите: $\sin 54^\circ\sin 18^\circ$.

Ответ: _____.

42 Найдите значение выражения $27\sin\alpha\cos\alpha$, если $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{3}$.

О т в е т : _____.

43 Найдите значение выражения $81(\sin^3\alpha + \cos^3\alpha)$, если $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$.

О т в е т : _____.

44 Вычислите: $\frac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$, если $\operatorname{tg}\alpha = 3$.

О т в е т : _____.

45 Вычислите: $\frac{7\cos\alpha + 4\sin\alpha}{4\sin\alpha + 3\cos\alpha}$, если $4\sin 2\alpha = 15\sin^2\alpha + 1$.

О т в е т : _____.

46 Упростите: $3(\sin^4\alpha + \cos^4\alpha) - 2(\sin^6\alpha + \cos^6\alpha)$.

О т в е т : _____.

1.2. Тригонометрические функции

Содержание, проверяемое заданиями КИМ: значения функции, область определения функции, периодичность, множество значений функции, четность, нечетность, возрастание и убывание, ограниченность, сохранение знака функции.

Часть 1

Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–42 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Вычислите: $\operatorname{tg} 390^\circ \cdot \sqrt{3}$.

О т в е т : _____.

2 Вычислите: $\sin\left(-\frac{7}{3}\pi\right) \cdot \sqrt{3}$.

О т в е т : _____.

3 Вычислите: $\cos \frac{11\pi}{6} \cdot \sqrt{3}$.

Ответ: _____.

4 Вычислите: $\operatorname{ctg}(-300^\circ) \cdot 2\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

Профильный уровень

5 Какое число из промежутка (2; 3) не входит в область определения функции $y = \operatorname{tg}(\pi x)$?

Ответ: _____.

6 Какое число из промежутка (1,4; 2,7) не входит в область определения функции $y = \operatorname{ctg}(\pi x)$?

Ответ: _____.

7 Найдите наибольшее значение функции $y = \cos x$ на промежутке $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

8 Найдите наименьшее значение функции $y = \cos x$ на промежутке $\left[-\pi; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.

9 Найдите наибольшее значение функции $y = \sin x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$.

Ответ: _____.

10 Найдите наименьшее значение функции $y = \sin x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; \pi\right]$.

Ответ: _____.

11 Найдите наибольшее значение функции $y = \sin x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; 2\pi\right]$.

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi + x)$.

Ответ: _____.

- 13** Найдите наибольшее значение функции $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x)$.
 Ответ: _____.
- 14** Сколько целых чисел входит в множество значений функции
 $y = \sin 15^\circ \cos x + \cos 15^\circ \sin x$?
 Ответ: _____.
- 15** Сколько натуральных чисел входит в множество значений функции
 $y = \cos \frac{\pi}{8} \cos x - \sin \frac{\pi}{8} \sin x$?
 Ответ: _____.
- 16** Найдите наименьшее значение функции $y = 5 - \cos x$.
 Ответ: _____.
- 17** Найдите наибольшее значение функции $y = 7 - \sin(2x)$.
 Ответ: _____.
- 18** Найдите наименьшее значение функции $y = 1 + 2\cos(3x)$.
 Ответ: _____.
- 19** Найдите наибольшее значение функции $y = 3 - 4\sin(5x)$.
 Ответ: _____.
- 20** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее $\sin 11^\circ$.
 Ответ: _____.
- 21** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее $\cos 97^\circ$.
 Ответ: _____.
- 22** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее $2\sin 31^\circ$.
 Ответ: _____.
- 23** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее $2\operatorname{tg} 46^\circ$.
 Ответ: _____.

24 Найдите наибольшее значение функции $y = 3\sin(2x) + 4$.

Ответ: _____.

25 Найдите наибольшее целое значение функции $y = 6\cos x \operatorname{tg} x$.

Ответ: _____.

26 Найдите наименьшее значение функции $y = 5\sin(3x) - 12$.

Ответ: _____.

27 Найдите наименьшее целое значение функции $y = 14\sin x \operatorname{ctg} x$.

Ответ: _____.

28 Найдите наибольшее значение функции $y = \sin x \cos x$.

Ответ: _____.

29 Найдите наименьшее значение функции $y = 2\left(\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}\right)$.

Ответ: _____.

30 Найдите наименьшее целое значение функции $y = \frac{\sin(2x)}{\sin x}$.

Ответ: _____.

31 Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{9}{2\cos x + 5}$.

Ответ: _____.

32 Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{8}{3\sin x - 7}$.

Ответ: _____.

33 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции $y = \sin 2x$?

Ответ: _____.

34 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции
 $y = 2\sin 2x + \sin x + 1$?

Ответ: _____.

35 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции
 $y = \cos 2x + \cos x - 1$?

Ответ: _____.

36 Найдите множество значений функции $y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$.

Ответ: _____.

37 В какой четверти находится число x , если $\sin x + \cos x = 1,01$?

Ответ: _____.

38 В какой четверти находится число x , если $\sin x + \cos x = -1,02$?

Ответ: _____.

39 Вычислите: $5 \arcsin\left(\cos \frac{\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

40 Вычислите: $\sqrt{3} \cos\left(\arcsin \frac{1}{2}\right)$.

Ответ: _____.

41 Вычислите: $\sqrt{2} \sin\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$.

Ответ: _____.

42 Вычислите: $\frac{8}{\pi} \operatorname{arctg}(\cos \pi)$.

Ответ: _____.

Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

43 При каких значениях a функция $y = a \cos x + \sin x - a \sin x$ будет четной?

Ответ: _____.

44 При каких значениях a функция $y = a\cos x + \sin x - a\sin x$ будет нечетной?

Ответ: _____.

45 Пусть $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin x$. Сравните $f(f(0))$ и $g(g(0))$.

Ответ: _____.

46 Пусть $f(x) = \cos x$, $g(x) = 2x$. Найдите $f(g(0))$.

Ответ: _____.

47 Пусть $f(x) = \sin x$. Найдите $f(f(f(0)))$.

Ответ: _____.

48 Пусть $f(x) = \cos x$. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$, если $x \in [-200; 200]$.

Ответ: _____.

49 Пусть $f(x) = 16\cos^4 x - 4\cos x + 1$. Найдите сумму наибольшего и наименьшего корней уравнения $f(x) = 0$, если $x \in [-200\pi; 200\pi]$.

Ответ: _____.

50 Расположите в порядке возрастания: $\sin 2000^\circ$, $\cos 2000^\circ$, $\operatorname{tg} 2000^\circ$, $\operatorname{ctg} 2000^\circ$.

Ответ: _____.

51 Расположите в порядке убывания: $\sin 1$, $\cos 2$, $\operatorname{ctg} 3$, $\operatorname{tg} 4$.

Ответ: _____.

52 Найдите множество значений функции $y = \sqrt{2}(\cos 200x + \sin 200x)$.

Ответ: _____.

53 Найдите множество значений функции $y = \frac{\sqrt{2\sqrt{2}}(\cos 200x - \sin 200x)}{2}$.

Ответ: _____.